CASOS DE DETERMINACIÓN DE PRECIOS ÓPTIMOS BASADOS EN EL MODELO SIMPLIFICADO DE SENSIBILIDAD EN MERCADOS DE ELASTICIDAD PRECIO-DEMANDA CONOCIDA

Daniel Farré
Alejandra Parasco
Carolina Svarc
Paula Amorrosta

Cátedra del Seminario de Costos para la Toma de Decisiones
FCE UBA – Titular: Antonio Jarazo Sanjurjo

1. Razón de ser

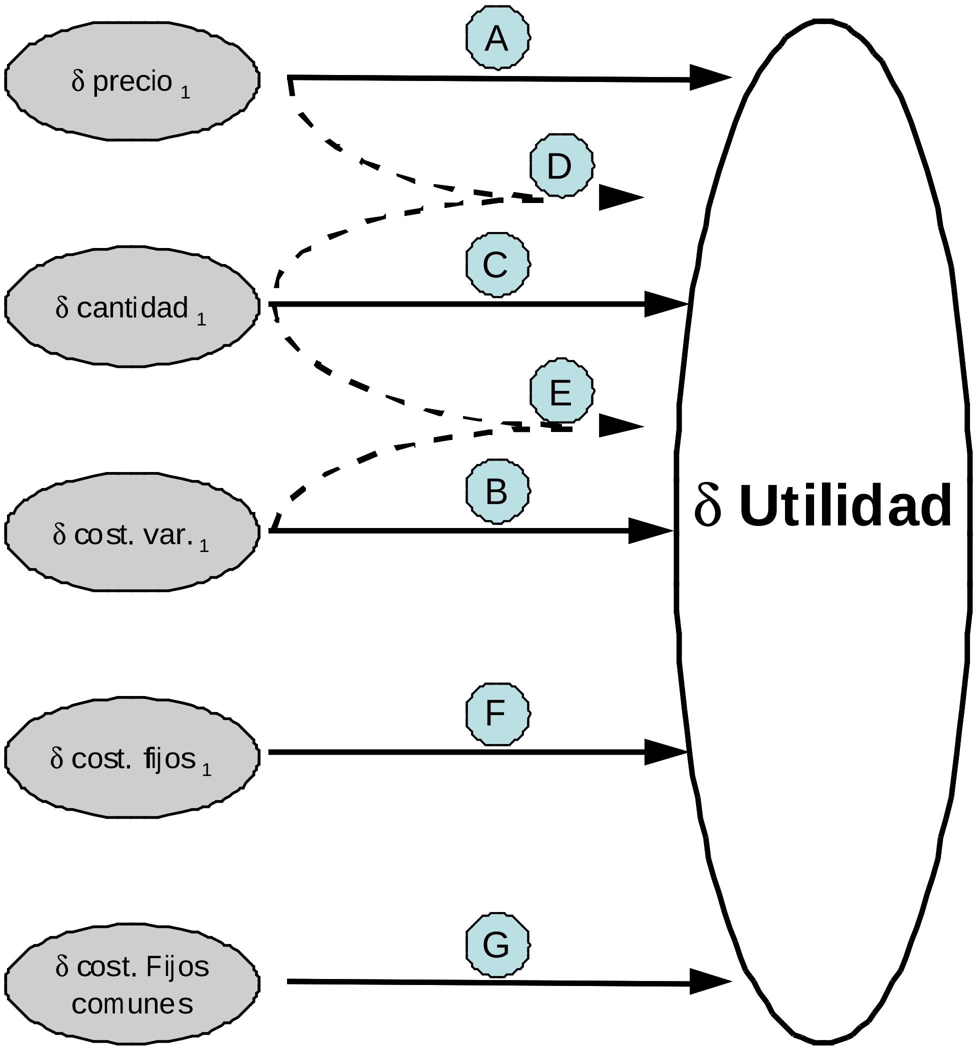
En el III Congreso Internacional de Costos, presentamos con el Dr. Oscar M. Osorio la ponencia "La decisión de cambio de precio en el proceso decisorio en empresas poliproductoras. Influencia de la elasticidad precio demanda" (2) que continuaba la investigación presentada en el II Congreso Internacional de Costos en Asunción (1), con el objeto de aplicar el desarrollo del modelo en el proceso de Toma de Decisiones sobre determinación de precios.

En el presente trabajo tenemos por objetivo plantear casos prácticos que utilizamos en la Cátedra del Seminario Avanzado de Costos de la Universidad de Buenos Aires con un modelo simplificado de aquel desarrollo. Seleccionamos cuatro de ellos, aplicables en escenarios de distintos objetivos económicos del negocio: el primero y cuarto para satisfacer el objetivo de maximización de utilidad y el segundo y tercero en el caso de objetivos de maximización de posición de mercado ("Share").

La simplificación del modelo limita su aplicación a mercados de elasticidad precio-demanda conocida (dentro del rango de actividad en análisis) y deja de lado impactos de elasticidad cruzada aplicables a casos de poliproducción con productos complementarios o suplementarios y los componentes variables de los costos en función directa a precios (por ejemplo comisiones). Para casos que los necesite, sugerimos la utilización de los modelos presentados en aquella oportunidad.

2. Antecedentes

En el trabajo “Aplicaciones prácticas del Sistema de Equilibrio” (1) se analiza el impacto unidireccional de las variaciones de las variables que determinan la situación de equilibrio de la empresa y la variación de la Utilidad resultante, como se grafica en la figura



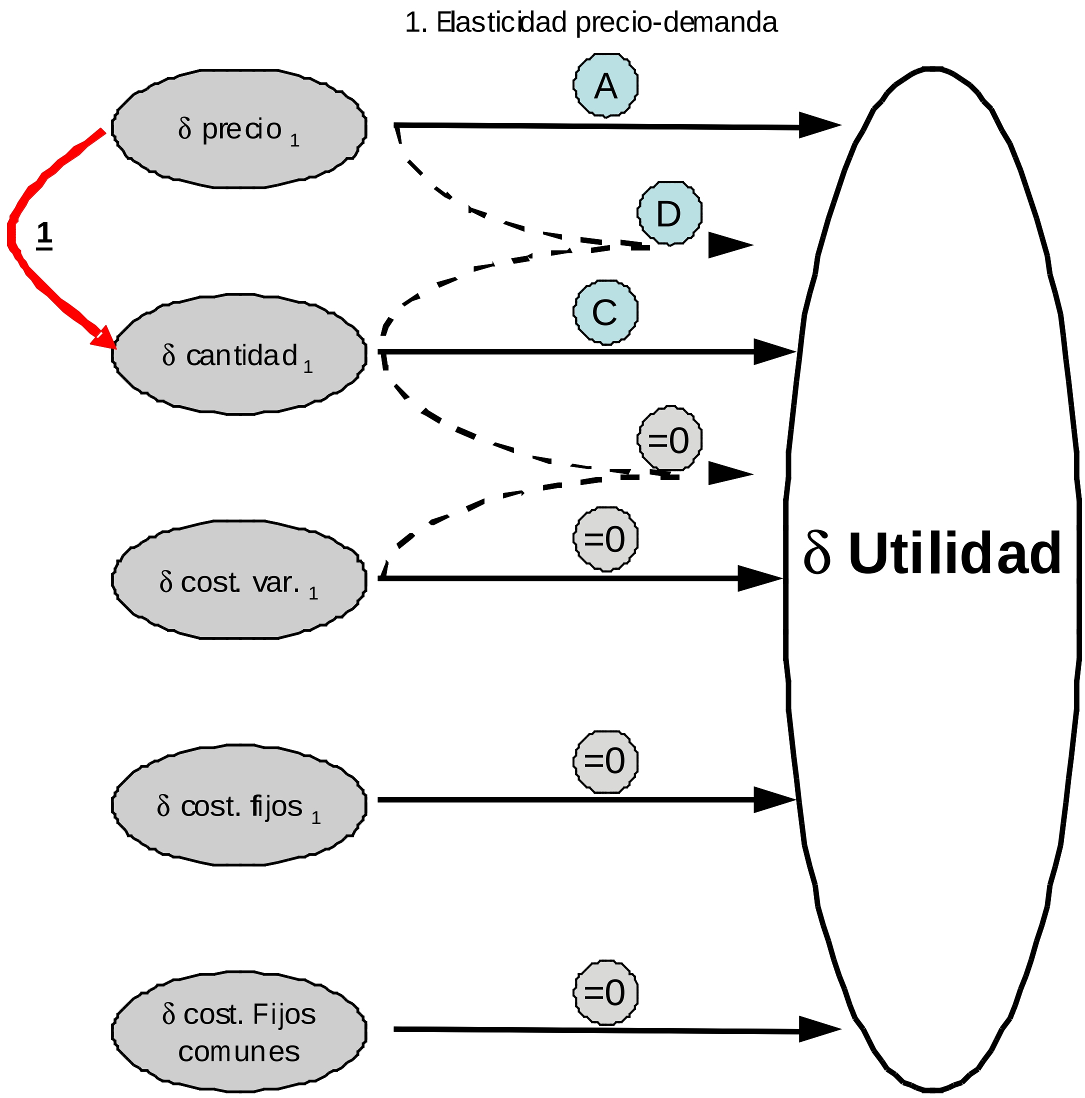
Algebraicamente (expresión simplificada considerando que cada variable conlleva su propio signo matemático)

$$\frac{\delta U}{U^o} = \underbrace{\Sigma \frac{V_i^o}{U^o}\frac{\delta p_i}{p_i^o}}_{A} + \underbrace{\Sigma \frac{Cv_i^o}{U^o}\cdot\frac{\delta cv_i}{cv_i^o}}_{B} + \underbrace{\Sigma \frac{CM_i^o}{U^o}\frac{\delta q_i}{q_i^o}}_{C} + \underbrace{\Sigma \frac{V_i^o}{U^o}\frac{\delta p_i}{p_i^o}\frac{\delta q_i}{q_i^o}}_{D} + \qquad \textbf{(1)}$$

$$+ \underbrace{\Sigma \frac{Cv_i^o}{U^o}\frac{\delta cv_i}{cv_i^o}\frac{\delta q_i}{q_i^o}}_{E} + \underbrace{\Sigma \frac{Cf_i^o}{U^o}\frac{\delta cf_i}{cf_i^o}}_{F} + \underbrace{\Sigma \frac{Cf_c^o}{U^o}\frac{\delta cf_c}{cf_c^o}}_{G}$$

3. Incorporación de la elasticidad

Del trabajo presentado en Madrid tomaremos únicamente la relación entre precio y cantidad. Si incorporamos sólo la utilización de la variable macroeconómica Elasticidad precio-demanda para establecer un modelo que sustente las decisiones de fijación de precios con objetivos de maximización de Utilidad debemos trabajar sólo sobre los factores de propagación ("palancas" o leverages) de Ventas (A), Nivel de Actividad (C) y el efecto combinado (D), cæteris paribus el resto de las variables. Gráficamente



A efectos de la exposición, simplificaremos el desarrollo a un único producto (a). Asumiendo que la relación entre precio y cantidad esté bien representada por la Elasticidad (ε_):

y definiendo a qº como = $\frac{q_1 + q_2}{2}$; y a pº como = $\frac{p_1 + p_2}{2}$ su equivalente será:

$$\varepsilon = \frac{\dfrac{q_2 - q_1}{\dfrac{q_1 + q_2}{2}}}{\dfrac{p_2 - p_1}{\dfrac{p_1 + p_2}{2}}} \qquad \textbf{(2)}$$

$$\varepsilon^o = \frac{\dfrac{\delta q}{q^o}}{\dfrac{\delta p}{p^o}} \qquad \textbf{(3)}$$

Asumiendo que, para cada rango de actividad posible y sólo para él, los costos variables unitarios y los Costos Fijos se mantendrían constantes, cualquier acción sobre el precio impactará en la utilidad Total por las siguientes vías:

1) Por la variación del precio en sí (impacto del componente monetario): En todos los casos con el mismo signo que la variación del precio.

$$\text{A} \quad \frac{\delta U}{U^o} = \frac{V_a^o}{U^o} \frac{\delta p_a}{p_a^o} \qquad \textbf{(4)}$$

2) Por la variación de las cantidades del producto en análisis (impacto del componente físico del producto): En general con signo contrario a la variación del precio.

$$\frac{\delta U}{U^o} = \frac{CM_a^o}{U^o} \frac{\delta q_a}{q_a^o} \quad \text{, o su equivalente} \quad \text{C} \quad \frac{\delta U}{U^o} = \frac{\delta p_a}{p_a^o} \cdot \varepsilon_a^o \cdot Mc_a^o \cdot \frac{V_a^o}{U^o} \qquad \textbf{(5)}$$

Porque $CM_a^o = mc_a^o \cdot V_a^o$ y $\dfrac{\delta q_a}{q_a^o} = \dfrac{\delta p_a}{p_a^o} \cdot \varepsilon_a^o$

"mc_a" representa el margen de contribución del artículo "a" o sea: $\dfrac{pv_a + cv_a}{pv_a} = mc_a$

3) Por la variación combinada del precio y las cantidades (impacto combinado físico - monetario): En general con signo contrario a la variación del precio.

$$\frac{\delta U}{U^o} = \frac{V_a^o}{U^o} \frac{\delta p_a}{p_a^o} \frac{\delta q_a}{q_a^o} \quad \text{o su equivalente} \quad \frac{\delta U}{U^o} = \left(\frac{\delta p_a}{p_a^o}\right)^2 \cdot \varepsilon_a^o \cdot \frac{V_a^o}{U^o} \qquad \textbf{(6)}$$

Por la misma razón analítica expuesta en el punto anterior.

4. Determinación del incremento o reducción óptima del precio para maximizar la Utilidad Total

Definida la cantidad a vender del producto "a" (q_a^o) como consecuencia del precio fijado (p_a^o), dada una elasticidad demanda precio conocida (ε_a^o), el objetivo inmediato será encontrar cual es el cambio más conveniente a decidir, en el precio del producto "a" (δp_a) que haga máxima la Utilidad total, haciendo máximo su incremento (δU), para un momento "n" (dentro del rango definido) respecto del momento base "o".

O sea:

$$\frac{\delta U}{U^o} = \Phi\left(\frac{\delta p_a}{p_a^o}\right) \Longrightarrow \textbf{máx}$$

En consecuencia, la Variabilidad de la Utilidad Total será igual a:

$$\frac{\delta U}{U^o} = \frac{V_a^o}{U^o}\left\{\frac{\delta p_a}{p_a^o} + \frac{\delta p_a}{P_a^o} \cdot \varepsilon_o^o \cdot mc_a^o + \left(\frac{\delta p_a}{p_a^o}\right)^2 \cdot \varepsilon_a^o\right\} \qquad \textbf{(7)}$$

Para obtener la maximización buscada debemos derivar en función de $\dfrac{\delta p_a}{p_a^o}$ e igualar a cero.

$$0 = 1 + \varepsilon_a^o . mc_a^o + 2 \cdot \frac{\delta p_a}{p_a^o} \cdot \varepsilon_a^o$$

$$-2 \cdot \frac{\delta p_a}{p_a^o} \cdot \varepsilon_a^o = 1 + \varepsilon_a^o . mc_a^o$$

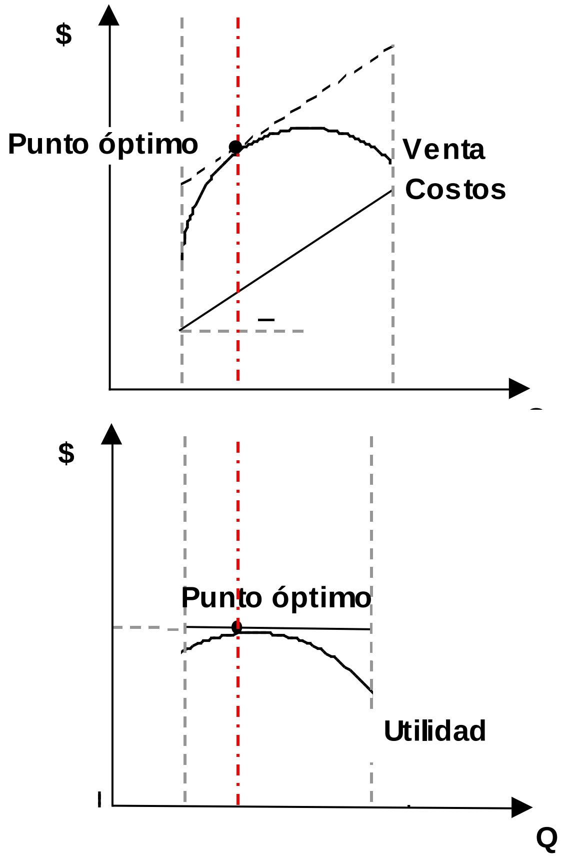
$$\frac{\delta p_a}{p_a^o}\, \text{ópt} = -\frac{1 + \varepsilon_a^o \cdot mc_a^o}{2 \cdot \varepsilon_a^o}$$

$$\frac{\delta p_a}{p_a^o}\, \text{ópt} = -\frac{\dfrac{1}{\varepsilon_a^o} + \dfrac{\varepsilon_a^o \cdot mc_a^o}{\varepsilon_a^o}}{2}$$

$$\boxed{\frac{\delta \mathbf{p_a}}{\mathbf{p_a^o}}\, \textbf{ópt} = -\frac{\varepsilon_a^{-1} + \mathbf{mc_a^o}}{\mathbf{2}}} \qquad \textbf{(8)}$$

Concluyendo que optimizaremos el precio cuando lo variemos en el equivalente a la semisuma (negativa) del margen de contribución y la inversa de la elasticidad.

Los puntos óptimos se hallan donde se igualan las tangentes de las curvas de ingresos y costos.



En el caso que dicho punto se situare por encima del precio que corresponde al límite máximo del rango en análisis, este último será el precio óptimo y viceversa para el caso en que el precio óptimo se ubique por debajo del precio correspondiente al límite mínimo, este último será óptimo.

En otros términos, el valor calculado para el precio óptimo tiene sentido económico si se encuentra dentro del rango para el cual se han definido las variables.

5. Determinación del incremento o reducción óptima del precio para maximizar el posicionamiento de mercado (Share)

Si en lugar de desear obtener la Utilidad máxima se desea mejorar el posicionamiento en el mercado, dado un máximo de pérdida de Utilidad (X), debemos replantear la igualdad determinada en **(7)**, simplificando la nomenclatura de los siguientes términos:

$$\frac{\delta U}{U^o} = \frac{V_a^o}{U^o}\left\{\frac{\delta p_a}{p_a^o} + \frac{\delta p_a}{P_a^o} \,.\, \varepsilon_o^o \,.\, mc_a^o + \left(\frac{\delta p_a}{p_a^o}\right)^2 . \; \varepsilon_a^o\right\}$$

$$FPV = \frac{V_a^o}{U^o}$$ Factor de propagación de Ventas

$$DP = \frac{\delta p_a}{p_a^o}$$ Desvío de precios

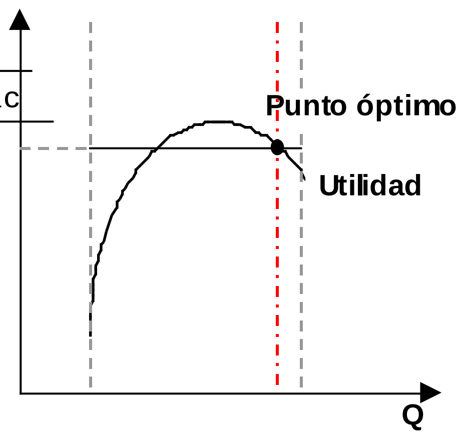
$$X = \frac{\delta U}{U^o}$$

Y reemplazando la variación de utilidad por la máxima variación negativa permitida

$$X = FPV \; (DP + DP \,.\, \varepsilon_a^o \,.\, mc_a^o + DP^2 \,.\, \varepsilon_a^o)$$

De los dos resultados posibles, se debe seleccionar aquel que signifique una reducción mayor del precio, porque, al ser la Utilidad una función parabólica, la misma utilidad se puede obtener a dos niveles de actividad distinta, siendo el mayor, aquel donde el precio sea menor. Gráficamente

$$x_{(1,2)} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Al resolver obtendremos dos resultados, utilizando la ecuación

Reemplazando para hallar DP,

$a = \varepsilon_a^o$ $\quad$ $b = (1 + \varepsilon_a^o \,.\, mc_a^o)$ $\quad$ $c = \dfrac{-X}{FPV}$

$$\boxed{DP_{(1,2)} = \frac{-\left[1 + \varepsilon_a^{\circ} \cdot mc_a^{\circ}\right] \pm \sqrt{\left[1 + \varepsilon_a^{\circ} \cdot mc_a^{\circ}\right]^2 - 4 \cdot \varepsilon_a^{\circ} \cdot \left(\frac{-X}{FPV}\right)}}{2 \cdot \varepsilon_a^{\circ}}} \qquad \textbf{(9)}$$

También en este caso el resultado aritmético debe controlarse previamente contra los límites del rango de actividad en análisis. En caso de superar éstos, el límite será el nivel de actividad máximo posible y se debe recalcular la variación de precio que este nivel signifique.

En otros términos, el valor calculado para el precio óptimo tiene sentido económico si se encuentra dentro del rango para el cual se han definido las variables. Como en los anteriores casos, el modelo debe emplearse en todos los rangos de actividad posibles, para luego comparar los resultados entre sí y obtener el resultado definitivo.

Para el caso específico de querer incrementar la participación sin perder Utilidad (con respecto a la situación base, es decir X = 0), sólo se podrá hallar un resultado aritmético distinto (no nulo).

$$DP = \frac{-2\left[1 + \varepsilon_a^{o} \cdot mc_a^{o}\right]}{2 \cdot \varepsilon_a^{o}}$$

$$\boxed{DP = -\left[\varepsilon_a^{-1} + mc_a^{\circ}\right]} \qquad \textbf{(10)}$$

Si el resultado hallado es negativo (debido a que el margen de contribución es mayor que el módulo de la inversa de la elasticidad) ésta será la solución; estará indicando la posibilidad de un mayor volumen con la misma utilidad. Caso contrario no deberemos variar el precio porque el momento base es el óptimo.

Obsérvese la relación entre este caso y el de maximización de utilidad: Si el momento base se encuentra en un punto ascendente de la parábola, la maximización del "share" sin perder utilidad se obtendrá en la variación que represente la suma de la inversa de la elasticidad y el margen de contribución, mientras que la maximización de la utilidad se obtendrá a mitad del camino, es decir la semisuma.

6. Casos prácticos 1,2 y 3

La empresa "Uña de guitarrero SA", perteneciente a la industria de la cosmética, ha analizado un caso de negocio para un nuevo esmalte para uñas con calcio que lanzaría al mercado tomando como base un precio de $ 10. Los resultados del mismo fueron los siguientes:

- Precio de Venta: 10 $ / unidad
- Costo Variable: 6 $ / unidad
- Volumen de Ventas: 10.000 unidades
- Costos Fijos: 20.000 $

Caso de Negocio

Ventas	100.000 $
Costos Variables	- 60.000 $
Contribución Marginal	40.000 $
Costos Fijos	- 20.000 $
Utilidad	20.000 $

mc = **40%** $\quad$ FPV = $\frac{100.000 \$}{20.000 \$}$ = **5**

Con el objetivo de definir el precio de lanzamiento, contrató a una consultora de research, para evaluar distintos escenarios de precios superiores e inferiores a la base de 10$.

Dentro del nivel de actividad propuesto, la consultora identificó un impacto en la demanda definido por una elasticidad igual a – 4.

Tomando como base el análisis de la consultora, el Departamento de Comercialización presentó al Directorio tres posibles estrategias:

1. **Maximizar la Utilidad.** Definir un precio inicial (que puede ser distinto al base) que maximice la diferencia entre ventas y costos variables, dado que los costos fijos son constantes para tal rango de análisis.

2. **Maximizar la participación en el mercado manteniendo la utilidad determinada en el caso de negocio.**

3. **Maximizar la participación en el mercado asumiendo una disminución del 10% de la utilidad**, **respecto de la utilidad determinada en el caso de negocio.** Esta estrategia permite alcanzar un "share" mayor que la estrategia 2.

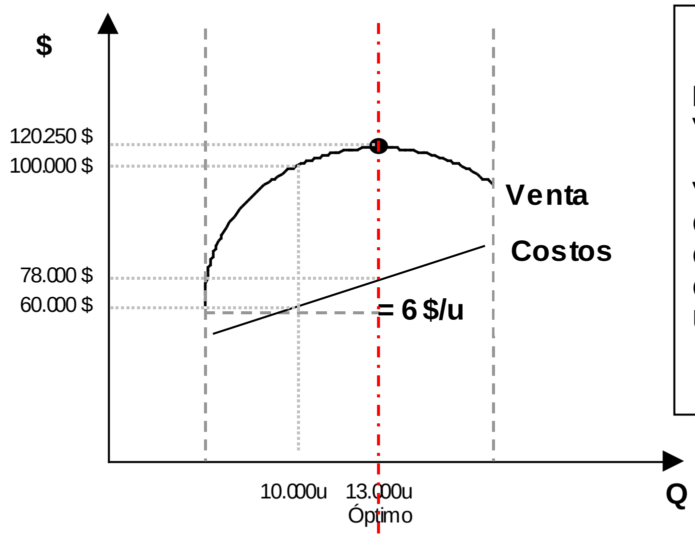
Caso 1: Estrategia de Maximización de la Utilidad

$$\frac{\boldsymbol{\delta p_a}}{\boldsymbol{p_a^\circ}} \textbf{ ópt} = -\frac{\boldsymbol{\varepsilon_a^{-1} + mc_a^\circ}}{\mathbf{2}}$$

$$\frac{\delta p_a}{p_a^\circ} \text{ ópt} = -\frac{-4^{-1} + 0{,}40}{2} = \boxed{\mathbf{-7{,}5\%}}$$

$$\varepsilon^o = \frac{\dfrac{\delta q}{q^o}}{\dfrac{\delta p}{p^o}} \Longrightarrow -4 = \frac{\dfrac{\delta q}{q^o}}{-0{,}075} \Longrightarrow \boxed{\frac{\delta q}{q^o} = \mathbf{30\%}}$$

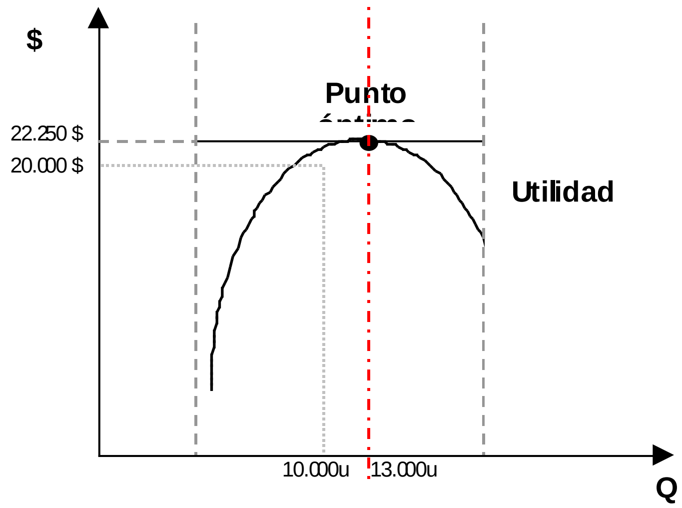
La empresa deberá, respecto al caso de negocio, **disminuir el precio un 7,5% (con un impacto en el volumen del 30%)** para maximizar la Utilidad.



Utilidad proyectada en el punto óptimo

Pcio de Vta: 10 $/u . (1 – 0,075) = **9,25 $/u**
Volumen: 10.000 u . (1 + 0,30) = **13.000 u**

Ventas	120.250 $
Costos Variables	- 78.000 $
Contribución Marginal	42.250 $
Costos Fijos	- 20.000 $
Utilidad	22.250 $



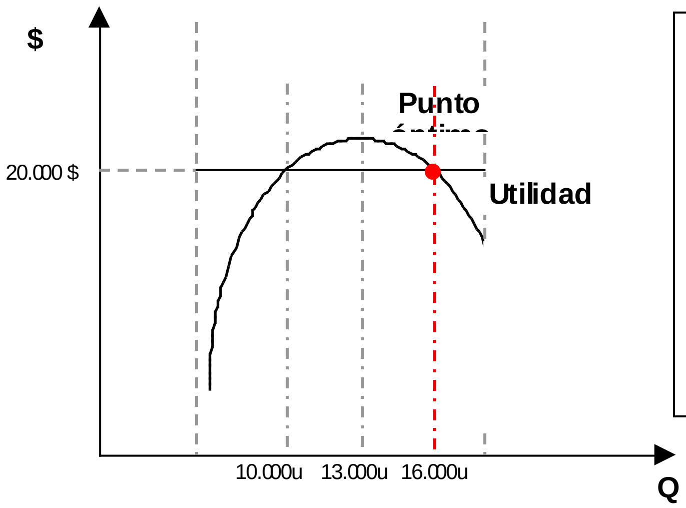
Caso 2: Estrategia de Maximizar la participación en el mercado manteniendo la utilidad determinada en el caso de negocio

$$\mathbf{DP} = -\left[\varepsilon_a^{-1} + \mathbf{mc}_a^{\circ}\right]$$

$$\mathrm{DP} = -\left[-4^{-1} + 0{,}40\right] = \boxed{-\ \mathbf{15\%}}$$

$$\varepsilon^{o} = \frac{\dfrac{\delta q}{q^{o}}}{\dfrac{\delta p}{p^{o}}} \Longrightarrow -4 = \frac{\dfrac{\delta q}{q^{o}}}{-0{,}15} \Longrightarrow \boxed{\frac{\delta q}{q^{o}} = \mathbf{60\%}}$$

La empresa deberá, respecto al caso de negocio, **disminuir el precio un 15%** para maximizar el "share" **un 60%,** manteniendo la utilidad determinada en el caso de negocio.



Utilidad igual a la del caso base

Pcio de Vta: 10 $/u . (1 – 0,15) = **8,50 $/u**
Volumen: 10.000 u . (1 + 0,60) = **16.000 u**

Ventas	136.000 $
Costos Variables	- 96.000 $
Contribución Marginal	40.000 $
Costos Fijos	- 20.000 $
Utilidad	20.000 $

Comparación de 2 escenarios de mayor y menor precio

Precio de Venta:	10 $/u	8,50 $/u
Volumen:	10.000 u	16.000 u
Ventas	100.000 $	136.000 $
Costos Variables	- 60.000 $	- 96.000 $
Contribución Marginal	40.000 $	40.000 $
Costos Fijos	- 20.000 $	- 20.000 $
Utilidad	20.000 $	20.000 $

Ambos escenarios menores al óptimo

Caso 3: Estrategia de maximizar la participación en el mercado asumiendo una disminución del 10% de la utilidad, respecto de la utilidad determinada en el caso de negocio

$$\mathbf{DP}_{(1,2)} = \frac{-\left[1 + \varepsilon_a^{\circ} \cdot mc_a^{\circ}\right] \pm \sqrt{\left[1 + \varepsilon_a^{\circ} \cdot mc_a^{\circ}\right]^2 - 4 \cdot \varepsilon_a^{\circ} \cdot \left(\frac{-X}{FPV}\right)}}{2 \cdot \varepsilon_a^{\circ}}$$

$$DP_{(1,2)} = \frac{-\left[1 + \left[-4 \cdot 0{,}40\right]\right] \pm \sqrt{\left[1 + \left[-4 \cdot 0{,}40\right]\right]^2 - 4 \cdot -4 \cdot \left(\frac{0{,}10}{5}\right)}}{2 \cdot (-4)}$$

$$DP_{(1,2)} = \frac{-\left[-0{,}60\right] \pm \sqrt{\left[-0{,}60\right]^2 + 0{,}32}}{2 \cdot (-4)} = \begin{cases} \boxed{\mathbf{DP_1 = -17{,}8\%}} \\ DP_2 = 2{,}8\% \end{cases}$$

$$\varepsilon^{o} = \frac{\frac{\delta q}{q^{o}}}{\frac{\delta p}{p^{o}}} \Longrightarrow -4 = \frac{\frac{\delta q}{q^{o}}}{-0{,}178} \Longrightarrow \boxed{\frac{\delta q}{q^{o}} = \mathbf{71{,}2\%}}$$

La empresa deberá, respecto al caso de negocio, **fijar el precio un 17,8% menor al precio base, aumentando el volumen proyectado un 71,2%** para maximizar el "share" asumiendo una disminución del 10% de la utilidad determinada en el caso de negocio.

Utilidad un 10% menor a la utilidad base

Pcio de Vta: 10 \$/u . (1 – 0,178) = **8,22 \$/u**
Volumen: 10.000 u . (1 + 0,712) = **17.120 u**

Ventas	140.720 \$
Costos Variables	- 102.720 \$
Contribución Marginal	38.000 \$
Costos Fijos	- 20.000 \$
Utilidad	18.000 \$

7. Caso de decisión sobre precios asociada a la reducción de costos

Por último, desarrollaremos un caso de aplicación asociado a la propagación de un proceso de reducción de costos. Supongamos un momento base óptimo, en donde el margen de contribución equivale a la inversa del módulo de la elasticidad precio-demanda.

Si encaramos un proceso de reducción de costos, los beneficios del ahorro, ¿se limitan a la reducción obtenida o podemos combinarla con una decisión sobre precios que aumente mis beneficios? Dicho de otra manera, ¿nos conviene trasladar algo de la reducción de costos a la reducción del precio para optimizar la Utilidad?

Basados en los desarrollos anteriores podemos afirmar que la reducción en Costos Fijos no altera la concepción de precio óptimo, pero sí la reducción de costos variables, porque varía el margen de contribución del momento base.

Si llamamos momento anterior (a) a la situación óptima previa a la reducción de costos variables, y momento base (o) a la inmediata posterior, en donde los costos variables se reducen en un porcentaje dado X, obtendremos un nuevo margen de contribución igual a:

$$mc^o = mc^a - X \; (1 - mc^a) \quad \textbf{(11)}$$

Ejemplo: Si mc^a = 20% y se obtiene un 10% de reducción de costos. El nuevo mc^o = 20% + 10% . 80% = 28%

Utilizando la fórmula expresada en **(8)**

$$\frac{\delta p}{p^o} \text{ópt} = - \frac{\varepsilon^{-1} + mc^o}{2}$$

y reemplazando el margen de contribución por la fórmula **(11)** y la elasticidad por la negativa de la inversa del margen de contribución

$$\frac{?p}{p?} \text{ópt} = D \frac{D mc + mc \; D \; X \; (1 D mc)}{2}$$

$$\frac{\delta p}{p^o} \text{ópt} = \frac{X \; (1 - mc)}{2} \quad \textbf{(12)}$$

En el ejemplo, una disminución de los costos variables del 10% permitiría una reducción del precio del 4%.

$$\frac{\delta p_a}{p_a^o} \text{ópt} = \frac{-10\% \, . \, 80\%}{2} = -4\%$$

Expresado en valores nominales en lugar de relativos, el precio debiera reducirse en la mitad del valor nominal de la reducción de costos (dado que el término (1 – mc) relativiza los costos variables al precio).

Con esta decisión, la variación sobre la Utilidad se compondrá de:

1) La propagación propia de la variación de costos variables (B)

$$\frac{\delta U}{U^a} = \frac{Cv^a}{U^a}\frac{\delta cv}{cv^a} = \frac{Cv^a}{U^a} \,.\, X \qquad \text{B}$$

2) La propagación de la variación del precio (A) se compensará con la propagación del nivel de Actividad (C)

$$\frac{\delta U}{U^a} = \underbrace{\frac{V^a}{U^a}\frac{\delta p}{p^a}}_{\text{A}} + \underbrace{\frac{CM^a}{U^a}\frac{\delta q}{q^a}}_{\text{C}} = 0$$

Porque $CM^a = mc^a \,.\, V^a$ y $\dfrac{\delta q}{q^a} = -\dfrac{1}{mc^a}\dfrac{\delta p}{p^a}$

3) La propagación de la variación combinada del precio y el componente físico (D) será la mitad (en valores absolutos) de la propagación de la variación combinada de los costos variables y del nivel de Actividad (E), y por lo tanto favorable a la maximización de la Utilidad, de acuerdo a la siguiente explicación algebraica:

$$\frac{\delta U}{U^a} = \underbrace{\frac{V^a}{U^a}\frac{\delta p}{p^a}\frac{\delta q}{q^a}}_{\text{D}} + \underbrace{\frac{Cv^a}{U^a}\frac{\delta cv}{cv^a}\frac{\delta q}{q^a}}_{\text{E}}$$

Reemplazando $V^a = Cv^a \,.\, \dfrac{(-1)}{(1 - mc^a)}$, $\dfrac{\delta q}{q^a} = -\dfrac{1}{mc^a}\dfrac{\delta p}{p^a}$, $mm^a = \dfrac{mc^a}{(1 - mc^a)}$

y el resultado obtenido en **(12)** $\dfrac{\delta p}{p^o}\text{ópt} = \dfrac{X\ (1 - mc)}{2}$

$$\frac{V^a}{U^a}\frac{\delta p}{p^a}\frac{\delta q}{q^a} = \frac{Cv^a}{U^a} \cdot \frac{(-1)}{(1 - mc^a)} \cdot \frac{X\ (1 - mc^a)}{2} \cdot \left(-\frac{1}{mc^a}\right) \cdot \frac{X\ (1 - mc^a)}{2}$$

$$\frac{V^a}{U^a}\frac{\delta p}{p^a}\frac{\delta q}{q^a} = \frac{Cv^a}{U^a} \,.\, X \left(\frac{X}{4} \,.\, \frac{(1 - mc^a)}{mc^a}\right)$$

$$\frac{V^a}{U^a}\frac{\delta p}{p^a}\frac{\delta q}{q^a} = \frac{Cv^a}{U^a} \,.\, X \left(\frac{X}{4mm^a}\right) \qquad \text{D} \qquad \text{y}$$

$$\frac{Cv^a}{U^a}\ \frac{\delta cv}{cv^a}\ \frac{\delta q}{q^a} = \frac{Cv^a}{U^a}\ .\ X\ .\left(-\frac{1}{mc^a}\right).\ \frac{X\ (1 - mc^a)}{2}$$

$$\frac{Cv^a}{U^a}\ \frac{\delta cv}{cv^a}\ \frac{\delta q}{q^a} = \frac{Cv^a}{U^a}\ .\ X\ .\left(-\ \frac{X}{2}\ .\ \frac{(1 - mc^a)}{mc^a}\right)$$

$$\frac{Cv^a}{U^a}\ \frac{\delta cv}{cv^a}\ \frac{\delta q}{q^a} = -\ \frac{Cv^a}{U^a}\ .\ X\left(\frac{X}{2mm^a}\right) \quad \text{E}$$

Como conclusión, la variación de utilidad sin el cambio de precio (B) sería de

$$\frac{\delta U}{U^a} = \frac{Cv^a}{U^a}\ .\ X$$

y con cambio de precio ((B) + (D) + (E))

$$\frac{\delta U}{U^a} = \frac{Cv^a}{U^a}\ .\ X\left(1 - \frac{X}{4mm^a}\right)$$

Lo que significa que obtendremos un adicional equivalente a $\frac{-X}{4mm^a}$ veces de lo que hubiéramos obtenido.

8. Caso práctico 4

La empresa Le Scarpe, SA, perteneciente a la industria del calzado, comercializa zapatillas con cámara de aire. La elasticidad del mercado en el cual opera es – 3, por cuanto habían definido el mc = 33,3% El resultado del último ejercicio fue el siguiente:

- Precio de Venta: 300 $ / unidad
- Costo Variable: 200 $ / unidad
- Volumen de Ventas: 1.000 unidades
- Costos Fijos: 50.000 $

Último ejercicio económico

Ventas	300.000 $
Costos Variables	- 200.000 $
Contribución Marginal	100.000 $
Costos Fijos	- 50.000 $
Utilidad	50.000 $
mc = **33,3%**	mm = **50%**

El Gerente de Costos aplicó una estrategia para reducir los costos variables un 20%. A partir de esto, el Gerente de Comercialización analizó la posibilidad de trasladar parte de la reducción del costo a la reducción del precio de venta para maximizar aún más la utilidad. Consultó al Gerente de Costos la factibilidad de implementar dicha estrategia.

A continuación se presenta el informe efectuada por el Gerente de Costos:

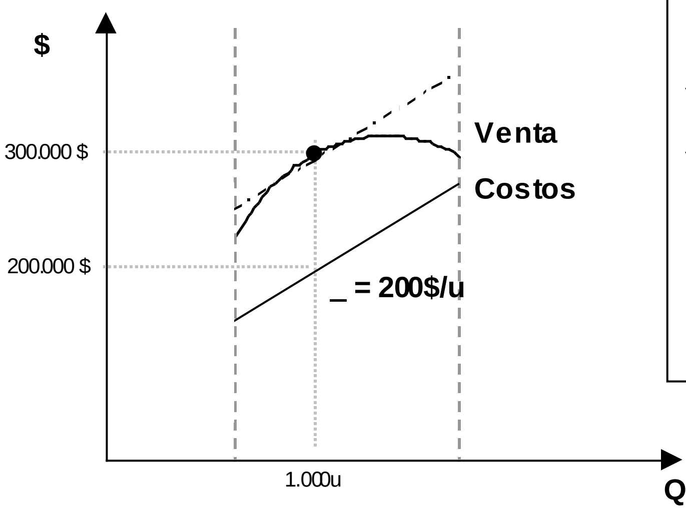
$$\frac{\delta p_a}{p_a^{o}} \text{ ópt} = \frac{X\ (1 - mc^a)}{2} \Longrightarrow \frac{\delta p_a}{p_a^{o}} \text{ ópt} = \frac{-20\% \ .\ (1 - 0{,}33)}{\boxed{2}} = \boxed{\mathbf{-6{,}67\%}}$$

$$\varepsilon^{o} = \frac{\dfrac{\delta q}{q^{o}}}{\dfrac{\delta p}{p^{o}}} \Longrightarrow -3 = \frac{\dfrac{\delta q}{q^{o}}}{-0{,}0667} \Longrightarrow \frac{\delta q}{q^{o}} = \mathbf{20\%}$$

Comprobación numérica

Pcio de Vta: 300 $/u . (1 – 0,0667) = **280 $/u**
Costo Variable: 200 $/u . (1 – 0,20) = **160 $/u**
Volumen: 1.000 u . (1 + 0,20) = **1.200 u**

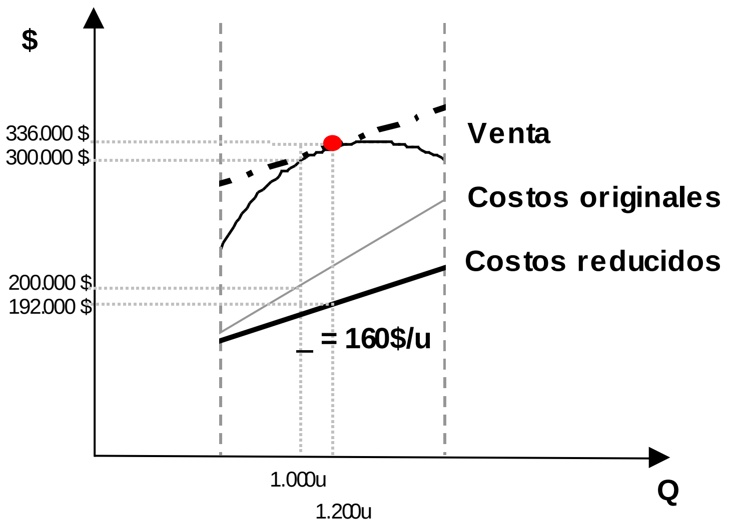
Ventas	336.000 $
Costos Variables	- 192.000 $
Contribución Marginal	144.000 $
Costos Fijos	- 50.000 $
Utilidad	94.000 $



Situación original

Traslado de 20$/u de reducción de costos a la reducción del precio, equivalente a la mitad de los 40$/u de la disminución de costos variables.

Si no disminuyera el precio, el incremento de la rentabilidad sería de 40.000 $.
Si la empresa **disminuye el precio un 6,67% dada la reducción de costos del 20%** aumentará la utilidad en 44.000 $, un 10% mayor.

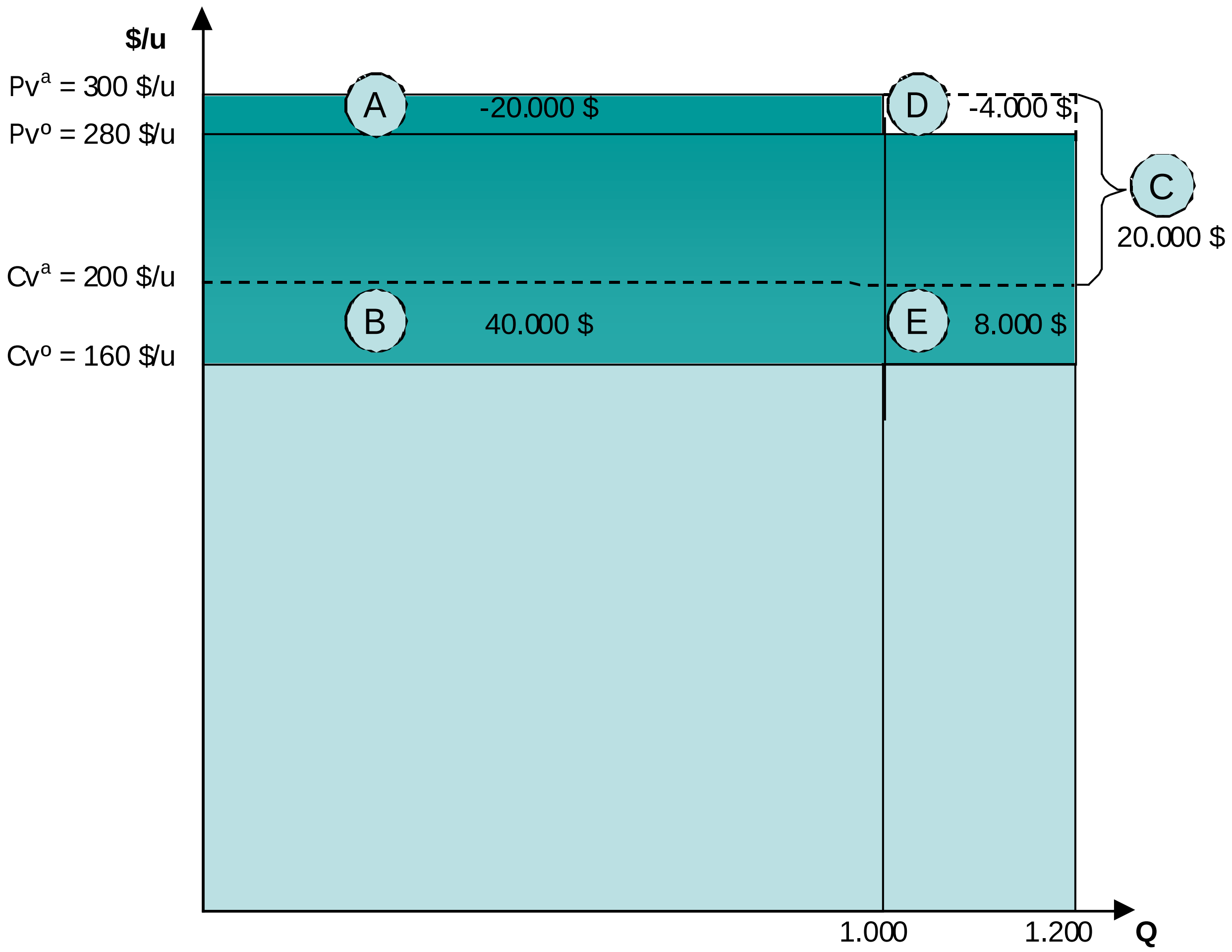


$$\frac{\delta U}{U^{o}}\ \text{adic} = \frac{-X}{4mm^{a}}$$

$$\frac{\delta U}{U^{o}}\ \text{adic} = \frac{-20\%}{4\ .\ 50\%} = \mathbf{10\%}$$

Situación sugerida

Explicando la variación de la Utilidad gráficamente, observamos:



Con la siguiente composición: **Propagación de la variación:**

B = (200 $/u – 160 $/u) x 1.000 u =	+ 40.000$	**de Costos Variables**
A = (280 $/u – 300 $/u) x 1.000 u =	– 20.000$	**de Precios**
C = (300 $/u – 200 $/u) x (1.200 u - 1.000 u) =	+ 20.000$	**del Nivel de Actividad** (que compensa el impacto anterior).
D = (280 $/u – 300 $/u) x (1.200 u - 1.000 u) =	– 4.000$	**combinada Precios-nivel de actividad**
E = (200 $/u – 160 $/u) x (1.200 u - 1.000 u) =	+ 8.000$	**combinada Costos variables-nivel de actividad** (que duplica la anterior en valores absolutos)
A + B + C + D + E =	+ 44.000 $	

9. A modo de conclusión

A efectos pedagógicos, si bien los desarrollos algebraicos originales conllevan alguna dificultad, el desarrollo de los casos prácticos del modelo simplificado y sus comprobaciones con sustento de las gráficas son sencillos de entender y aplicar en procesos de Toma de Decisiones de determinación de precios.

10. Glosario, notas y bibliografía

<u>Glosario de símbolos utilizados:</u>

Vº:_ Ventas totales del momento base
Cvº:_ Costos variables totales del momento base
CMº:_ Contribución marginal total del momento base
Uº: Utilidad del momento base
Pº:_ Precio de venta del momento base
cv º:_ Costos variables unitarios del momento base
mc º: Margen de contribución del momento base
q º: Nivel de actividad físico (cantidad) del momento base
ε º:_ Elasticidad precio-demanda del momento base
δ º: Diferencia entre el momento base y el momento objetivo
mm º:_ Margen de marcación del momento base

<u>Nota sobre expresión de valores monetarios</u>: A efectos de exposición, los montos se expresan como valores corrientes. Igualmente se pueden utilizar valores que consideran los aspectos de riesgo, indisponibilidad financiera e inflación, como lo indicado en la ponencia "Optimización de la rentabilidad en proyectos de inversión" (3).

BIBLIOGRAFÍA:

(1) Aplicaciones prácticas del Sistema de Equilibrio - (O. Osorio – D. Farré) - II Congreso Internacional de Costos - Asunción (Paraguay) 1991
(2) La decisión de cambio de precio en el proceso decisorio en empresas poliproductoras. Influencia de la elasticidad precio demanda - (O. Osorio – D. Farré) - III Congreso Internacional de Costos - Madrid (España) 1993
(3) Optimización de la rentabilidad en proyectos de inversión (D. Farré) - I Congreso Iberoamericano de Gestión - Trelew- 1994